

# Использование распределенных колоночных индексов для выполнения запросов к сверхбольшим базам данных\*

Е.В. Иванова, Л.Б. Соколинский  
ФГБОУ ВПО «ЮУрГУ» (НИУ)

В связи с появлением задач, требующих обработки сверхбольших баз данных, необходимы новые эффективные методы параллельной обработки и анализа таких объемов данных на многопроцессорных вычислительных системах. В работе рассматриваются индексные структуры специального вида, названные распределенными колоночными индексами. Данные структуры основываются на использовании колоночного представления и предназначены для параллельной обработки запросов к сверхбольшим базам данных на основе фрагментного параллелизма.

## 1. Введение

В настоящее время научная и практическая деятельность человека выдвигает все новые масштабные задачи, требующие обработки сверхбольших баз данных. Согласно прогнозам аналитической компании IDC к 2020 г. количество данных в мире достигнет 40 Зеттабайт [1]. Современные технологии баз данных не могут обеспечить обработку столь крупных объемов данных. По оценке IDC из всего объема потенциально полезных данных в 2012 г. всего лишь 3% данных были проиндексированы и только 0.5% были подвергнуты анализу.

Фактически единственным эффективным решением проблемы хранения и обработки сверхбольших баз данных является использование параллельных систем баз данных, обеспечивающих параллельную обработку запросов на многопроцессорных вычислительных системах [2].

Традиционным подходом к организации хранения баз данных является строковое представление данных. Однако при выполнении типичных аналитических запросов к таблицам требуется считывать только небольшую часть полей в строках этих таблиц, поэтому строковое представление в этом случае оказывается неэффективным. Причиной этого является считывание с диска «лишних» полей в дополнение к тем полям, которые необходимы в данном запросе [3]. Возможным решением этой проблемы может быть использование механизмов колоночного представления данных, позволяющих получить на порядок лучшую производительность при обработке аналитических запросов [4]. Колоночное представление данных заключается в том, что данные хранятся не по строкам, а по колонкам. Это означает, что с точки зрения SQL-клиента данные представлены в виде таблиц, но физически эти таблицы являются совокупностью колонок, каждая из которых представляет собой таблицу из одного поля.

Дополнительным преимуществом колоночного представления является возможность использования эффективных алгоритмов сжатия данных, поскольку в одной колонке таблицы содержатся данные одного типа. Сжатие может привести к повышению производительности на порядок, поскольку меньше времени занимают операции ввода-вывода [4].

В соответствии с этим актуальной является задача разработки новых эффективных методов параллельной обработки и анализа сверхбольших объемов структурированных данных на многопроцессорных вычислительных системах, с использованием колоночного представления и сжатия данных. Для решения этой задачи нами предлагаются индексные структуры специального вида, которые называются *распределенными колоночными индексами*.

---

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-07-00443 а.

## 2. Колоночный индекс

Пусть имеется отношение  $R$ , состоящее из  $n$  кортежей. Пусть на множестве кортежей  $R = \{r_0, r_1, \dots, r_{n-1}\}$  задано отношение линейного порядка:

$$r_0 < r_1 < \dots < r_{n-1}. \quad (1)$$

Адресной функцией будем называть целочисленную функцию

$$@ : R \rightarrow \{0, \dots, n-1\},$$

определяющую для кортежа  $r \in R$  его порядковый номер  $@(r)$  в упорядоченной последовательности (1). Для функции  $@$  мы будем также использовать операторную форму ее применения к кортежу  $r : @r$ . Значения адресной функции мы будем называть адресами кортежей или просто *адресами*.

Функцией разыменования для отношения  $R$  будем называть функцию

$$* : \{0, \dots, n-1\} \rightarrow R;$$

являющуюся обратной по отношению к адресной функции  $@$  :

$$\forall r \in R (*(@r) = r).$$

Для функции  $*$  мы будем также использовать операторную форму ее применения к адресу  $a : *a$ .

Пусть задано отношение  $R(B, \dots), T(R) = n$ . Обозначим через  $\mathfrak{D}_B$  домен атрибута  $B$ .  $\mathfrak{D}_B$  – множество без повторяющихся элементов. Пусть на множестве  $\mathfrak{D}_B$  задано отношение линейного порядка. Колоночным индексом  $I_{R,B}$  атрибута  $B$  отношения  $R$  будем называть упорядоченное отношение  $I_{R,B}(A, B) \in (\mathbb{Z}_{\geq 0}, \mathfrak{D}_B)$ , удовлетворяющее следующим требованиям:

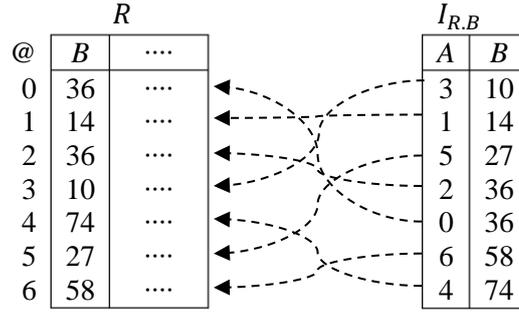
$$T(I_{R,B}) = n \text{ и } \pi_A(I_{R,B}) = \{0, \dots, n-1\}; \quad (2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in I_{R,B} (x_1 \leq x_2 \Leftrightarrow x_1.B \leq x_2.B); \quad (3)$$

$$\forall r \in R (\forall x \in I_{R,B} (@r = x.A \Rightarrow r.B = x.B)). \quad (4)$$

Условие (2) означает, что количество элементов (кортежей) индекса совпадает с количеством кортежей индексируемого отношения и атрибут  $A$  представляет без повторений множество всех возможных адресов кортежей отношения  $R$ . Условие (3) означает, что элементы индекса упорядочены в порядке возрастания значений атрибута  $B$ . Условие (4) означает, что атрибут  $A$  элемента индекса содержит адрес кортежа отношения  $R$ , имеющего такое же значение атрибута  $B$ , как и у данного элемента колоночного индекса.

С содержательной точки зрения колоночный индекс  $I_{R,B}$  представляет собой таблицу из двух колонок с именами  $A$  и  $B$  (см. рис. 1). Количество строк в колоночном индексе совпадает с количеством строк в индексируемой таблице. Колонка  $B$  индекса  $I_{R,B}$  включает в себя все значения колонки  $B$  таблицы  $R$  (с учетом повторяющихся значений), упорядоченных в порядке возрастания. Каждая строка  $x$  индекса  $I_{R,B}$  содержит в колонке  $A$  порядковый номер (адрес) строки  $r$  в таблице  $R$ , имеющей такое же значение в колонке  $B$ , что и строка  $x$ .



**Рис. 1.** Колоночный индекс

**Утверждение 1.** Пусть задана схема отношения  $R(B, \dots)$ . Пусть для отношения  $R$  задан колоночный индекс  $I_{R,B}$ . Тогда

$$\pi_B(I_{R,B}) = \pi_B(R). \quad (5)$$

Другими словами, колоночный индекс  $I_{R,B}$  представляет все множество значений атрибута  $B$  отношения  $R$  с учетом повторяющихся значений.

Доказательство. Возьмем произвольное  $b \in \mathcal{D}_B$ . Пусть  $T(\sigma_{B=b}(R)) = k$ . Без ограничения общности мы можем считать, что  $\forall r \in R (@r < k \Leftrightarrow r.B = b)$ . Тогда из (2) и (4) следует, что  $\forall x \in I_{R,B} (x.A < k \Leftrightarrow x.B = b)$ . Откуда получаем  $T(\sigma_{B=b}(I_{R,B})) = k$ . Таким образом (5) имеет место.

### 3. Доменно-интервальная фрагментация

Пусть на множестве значений домена  $\mathcal{D}_B$  задано отношение линейного порядка. Разобьем множество  $\mathcal{D}_B$  на  $k > 0$  непересекающихся интервалов:

$$V_0 = [v_0; v_1], V_1 = (v_1; v_2], \dots, V_{k-1} = (v_{k-1}; v_k];$$

$$v_0 < v_1 < \dots < v_k;$$

$$\mathcal{D}_B = \bigcup_{i=0}^{k-1} V_i.$$

Отметим, что в случае  $\mathcal{D}_B = \mathbb{R}$  будем иметь  $v_0 = -\infty$  и  $v_k = +\infty$ . Зададим доменную функцию фрагментации  $\varphi_{\mathcal{D}_B} : \mathcal{D}_B \rightarrow \{0, \dots, k-1\}$  для домена  $\mathcal{D}_B$  следующим образом:

$$\forall i \in \{0, \dots, k-1\} (\forall b \in \mathcal{D}_B (\varphi_{\mathcal{D}_B}(b) = i \Leftrightarrow b \in V_i)). \quad (6)$$

Другими словами, доменная функция фрагментации сопоставляет значению  $b$  – номер интервала, которому это значение принадлежит. Данное определение корректно, так как интервалы  $V_0, \dots, V_{k-1}$  попарно не пересекаются и вместе составляют все множество  $\mathcal{D}_B$ .

Пусть задан колоночный индекс  $I_{R,B}$  для отношения  $R(B, \dots)$  с атрибутом  $B$  над доменом  $\mathcal{D}_B$ . Определим для индекса  $I_{R,B}$  функцию фрагментации

$$\varphi_{I_{R,B}} : I_{R,B} \rightarrow \{0, \dots, k-1\}$$

следующим образом

$$\forall x \in I_{R,B} \left( \varphi_{I_{R,B}}(x) = \varphi_{\mathfrak{D}_B}(x.B) \right). \quad (7)$$

Другими словами, функция фрагментации  $\varphi_{I_{R,B}}$  сопоставляет каждому кортежу  $x$  из  $I_{R,B}$  номер доменного интервала, которому принадлежит значение  $x.B$ .

Определим  $i$ -тый фрагмент ( $i = 0, \dots, k-1$ ) индекса  $I_{R,B}$ :

$$I_{R,B}^i = \{x \mid x \in I_{R,B}; \varphi_{I_{R,B}}(x) = i\}. \quad (8)$$

Это означает, что в  $i$ -тый фрагмент попадают кортежи, у которых значение атрибута  $B$  принадлежит  $i$ -тому доменному интервалу. Будем называть фрагментацию, построенную таким образом, *доменно-интервальной*. Количество фрагментов  $k$  будем называть *степенью фрагментации*. Доменно-интервальная фрагментация обладает следующими фундаментальными свойствами, вытекающими непосредственно из ее определения:

$$I_{R,B} = \bigcup_{i=0}^{k-1} I_{R,B}^i;$$

$$\forall i, j \in \{0, \dots, k-1\} (i \neq j \Rightarrow I_{R,B}^i \cap I_{R,B}^j = \emptyset).$$

**Утверждение 2.** Пусть для колоночного индекса  $I_{R,B}$  отношения  $R(B, \dots)$  задана доменно-интервальная фрагментация степени  $k$ . Тогда

$$\forall i \in \{0, \dots, k-1\} \left( \forall x \in I_{R,B} \left( x \in I_{R,B}^i \Leftrightarrow x.B \in V_i \right) \right).$$

Доказательство. Сначала докажем, что

$$\forall i \in \{0, \dots, k-1\} \left( \forall x \in I_{R,B} \left( x \in I_{R,B}^i \Rightarrow x.B \in V_i \right) \right). \quad (9)$$

Пусть  $x \in I_{R,B}^i$ . Тогда из (8) следует  $\varphi_{I_{R,B}}(x) = i$ . С учетом (7) получаем  $\varphi_{\mathfrak{D}_B}(x.B) = i$ . Отсюда и из (6) следует  $x.B \in V_i$ , то есть (9) имеет место. Теперь докажем, что

$$\forall i \in \{0, \dots, k-1\} \left( \forall x \in I_{R,B} \left( x.B \in V_i \Rightarrow x \in I_{R,B}^i \right) \right). \quad (10)$$

Пусть  $x \in I_{R,B}$  и  $x.B \in V_i$ . Тогда из (6) следует, что  $\varphi_{\mathfrak{D}_B}(x.B) = i$ . С учетом (7) получаем  $\varphi_{\mathfrak{D}_B}(x.B) = \varphi_{I_{R,B}}(x) = i$ . Отсюда и из (8) следует, что  $x \in I_{R,B}^i$ , то есть (10) имеет место. Утверждение доказано.

#### 4. Пример выполнения реляционной операции с использованием распределенных колоночных индексов

Рассмотрим пример использования распределенных колоночных индексов для операции пересечения двух отношений.

Пусть заданы два отношения  $R(B_1, \dots, B_u)$  и  $S(B_1, \dots, B_u)$ , имеющие одинаковый набор атрибутов. Мы предполагаем, что  $R$  и  $S$  не содержат дубликатов. Пусть имеется два набора колоночных индексов по каждому атрибуту:

$$I_{R,B_1}, \dots, I_{R,B_u};$$

$$I_{S,B_1}, \dots, I_{S,B_u}.$$

Пусть для всех этих индексов задана доменно-интервальная фрагментация степени  $k$ :

$$I_{R.B_j} = \bigcup_{i=0}^{k-1} I_{R.B_j}^i ; \quad (11)$$

$$I_{S.B_j} = \bigcup_{i=0}^{k-1} I_{S.B_j}^i . \quad (12)$$

Положим

$$P_j^i = \pi_{I_{R.B_j}^i . A \rightarrow A_R, I_{S.B_j}^i . A \rightarrow A_S} \left( I_{R.B_j}^i \bowtie_{R.B_j=S.B_j} I_{S.B_j}^i \right) \quad (13)$$

для всех  $i=0, \dots, k-1$  и  $j=1, \dots, u$ . Определим

$$P_j = \bigcup_{i=0}^{k-1} P_j^i . \quad (14)$$

Положим

$$P = \bigcap_{j=1}^u P_j . \quad (15)$$

Определим

$$Q = \{r \mid r \in R \wedge @r \in \pi_{A_R}(P)\} . \quad (16)$$

**Утверждение 3.**  $Q = R \cap S$ .

Доказательство. Сначала докажем, что

$$Q \subset R \cap S .$$

Пусть

$$(b_1, \dots, b_u) = q \in Q .$$

Из (16) следует, что

$$(b_1, \dots, b_u) = r \in R . \quad (17)$$

Обозначим  $a_R = @r$ . Согласно (16)  $\exists a_S \in \mathbb{Z}_{\geq 0}((a_R, a_S) \in P)$ . Отсюда и из (15) следует, что  $\forall j \in \{1, \dots, u\}((a_R, a_S) \in P_j)$ . С учетом (14) получаем  $\forall j \in \{1, \dots, u\}(\exists i \in \{0, \dots, k-1\}((a_R, a_S) \in P_j^i))$ .

Отсюда и из (11)-(13) следует, что  $\forall j \in \{1, \dots, u\}(\exists x \in I_{S.B_j}(x = (a_S, b_j)))$ . По определению колоночного индекса отсюда получаем, что  $\exists s \in S(s = (b_1, \dots, b_u))$ . Вместе с (17) это дает

$$Q = R \cap S .$$

Теперь докажем, что  $R \cap S \subset Q$ . Пусть  $(b_1, \dots, b_u) = r \in R$  и  $(b_1, \dots, b_u) = s \in S$ . Положим  $a_R = @r$ ,  $a_S = @s$ . По определению колоночного индекса тогда имеем

$$\forall j \in \{1, \dots, u\}(\exists x_R \in I_{R.B_j}(x = (a_R, b_j))) ;$$

$$\forall j \in \{1, \dots, u\}(\exists x_S \in I_{S.B_j}(x = (a_S, b_j))) .$$

Отсюда с учетом (11)-(16) получаем

$$\exists r' \in Q(@r' = a_R) .$$

Поскольку  $a_R = @r$ , отсюда следует, что  $r' = (b_1, \dots, b_u)$ , а значит  $R \cap S \subset Q$ .

## 5. Заключение

В статье приведено формальное описание распределенных колоночных индексов, предназначенных для параллельной обработки запросов к сверхбольшим базам данных на основе фрагментного параллелизма. Работа содержит описание определения и свойств колоночного

индекса, введены понятия функции фрагментации и доменной функции фрагментации для описания доменно-интервальной фрагментации колоночного индекса. Рассмотрен пример использования распределенных колоночных индексов для операции пересечения двух отношений.

## Литература

1. *Gantz J., Reinsel D.* IDC. The Digital Universe in 2020: Big Data, Bigger Digital Shadows, and Biggest Growth in the Far East. Report, 2012. URL: <http://www.emc.com/collateral/analyst-reports/idc-the-digital-universe-in-2020.pdf> (дата обращения: 05.03.2014)
2. Соколинский Л.Б. Параллельные системы баз данных. М.: Издательство Московского университета, 2013. 179 с.
3. Plattner H., Zeier A. In-Memory Data Management: An Inflection Point for Enterprise Applications. Springer, 2011. 254 p.
4. Abadi D.J., Madden S.R., Hachem N. Column-Stores vs. Row-Stores: How Different Are They Really? // Proceedings of the 2008 ACM SIGMOD international conference on Management of data, June 9–12, 2008, Vancouver, BC, Canada. ACM, 2008. P. 967-980.